

Областной конкурс «Юные дарования» 2018/2019
«Юный знаток математики»
Очный тур
5 класс

Задания и возможные решения

Внимание! Задача считается решенной, если, помимо правильного ответа, приведены необходимые объяснения и вычисления.

1. Найдите значение выражения:

$$26 \cdot 25 - 25 \cdot 24 + 24 \cdot 23 - 23 \cdot 22 + 22 \cdot 21 - 21 \cdot 20 + 20 \cdot 19 - 19 \cdot 18 + 18 \cdot 17 - 17 \cdot 16 + 16 \cdot 15 - 15 \cdot 14.$$

Ответ: 240

$$\begin{aligned} & 26 \cdot 25 - 25 \cdot 24 + 24 \cdot 23 - 23 \cdot 22 + 22 \cdot 21 - 21 \cdot 20 + 20 \cdot 19 - 19 \cdot 18 + 18 \cdot 17 - 17 \cdot 16 + 16 \cdot 15 - 15 \cdot 14 = \\ & = 25 \cdot (26 - 24) + 23 \cdot (24 - 22) + 21 \cdot (22 - 20) + 19 \cdot (20 - 18) + 17 \cdot (18 - 16) + 15 \cdot (16 - 14) = \\ & = 2 \cdot (25 + 23 + 21 + 19 + 17 + 15) = 2 \cdot (40 + 40 + 40) = 2 \cdot 120 = 240. \end{aligned}$$

2. Сережа пошел с отцом в тир. Уговор был такой: Сережа делает 5 выстрелов и за каждое попадание в цель получает право сделать еще 2 выстрела. Сережа сделал 17 выстрелов. Сколько раз он попал в цель?

Ответ: 6 раз

Сережа сделал призовых выстрелов: $17 - 5 = 12$, поэтому попаданий в цель было $12 : 2 = 6$.

3. Произведение цифр трехзначного числа равно 4. Найдите все такие числа.

Ответ: 411, 141, 114, 122, 212, 221.

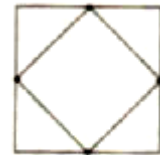
Произведение трех цифр может быть равно 4 в следующих случаях:

- 1) одна из цифр 4, а две остальные – единицы;
- 2) две из цифр равны 2, а одна – единице.

4. Хозяин имел двор квадратной формы. В четырех углах двора он посадил по дереву. Прошло время, и он решил увеличить площадь двора в 2 раза, но так, чтобы двор сохранил форму квадрата, и деревья росли бы на линии ограды. Покажите на рисунке, как он это должен сделать.

Ответ: см. рисунок

Хозяин должен увеличить свой двор так, как показано на рис. деревья обозначены точками. Площадь старого двора (квадрат, расположенный внутри), будет в 2 раза меньше нового двора (большой квадрат).



5. Можно ли с помощью двух взвешиваний на чашечных весах без гирь определить хотя бы одну настоящую монету из пяти одинаковых по внешнему виду, если известно, что среди этих монет 3 настоящие и 2 фальшивые, одна из которых легче, а другая тяжелее настоящих монет?

Ответ: можно

Если при взвешивании двух монет – по одной на каждой чашке весов – устанавливается равновесие, то обе монеты настоящие, в противном случае, по крайней мере, одна из них фальшивая. Значит, решение задачи таково: при первом взвешивании на каждую чашку весов кладем по одной монете. В случае равенства мы нашли сразу две настоящие монеты. Если же чашки не уравновешены, то откладываем эти монеты в сторону и взвешиваем третью и четвертую монеты. В случае равенства мы вновь нашли две настоящие монеты. Если же и среди этих монет есть фальшивая, то оставшаяся пятая монета настоящая.

Каждое задание оценивается в 7 баллов.