Государственное бюджетное учреждение дополнительного образования Псковской области
«Псковский областной центр развития одаренных детей и юношества»

Областной конкурс «Юные дарования» 2018/2019

«Юный знаток математики»

Очный тур

6 класс

Задания и возможные решения

Внимание! Задача считается решенной, если, помимо правильного ответа, приведены необходимые объяснения и вычисления.

1. **Вычислите:** $\dfrac{666666 \cdot 666666}{1+2+3+4+5+6+5+4+3+2+1} - \dfrac{777777 \cdot 777777}{1+2+3+4+5+6+7+6+5+4+3+2+1}$.

Ответ: 0

$$\frac{666666 \cdot 666666}{1+2+3+4+5+6+5+4+3+2+1} - \frac{777777 \cdot 777777}{1+2+3+4+5+6+7+6+5+4+3+2+1} =$$

$$= \frac{111111 \cdot 6 \cdot 111111 \cdot 6}{36} - \frac{111111 \cdot 7 \cdot 111111 \cdot 7}{49} = \frac{111111 \cdot 6 \cdot 111111 \cdot 6}{6 \cdot 6} - \frac{111111 \cdot 7 \cdot 111111 \cdot 7}{7 \cdot 7} =$$

$$= 111111 \cdot 111111 - 111111 \cdot 111111 = 0$$

2. **Пять шестиклассников Вася, Петя, Коля, Рома и Семен на финале конкурса «Юный знаток математики» в сумме решили 20 задач, причем Вася решил в 2 раза больше задач, чем Петя, а Коля решил задач меньше, чем Рома или Семён. Сколько задач решил каждый из шестиклассников? Объясните свой ответ. (На конкурсе было 5 задач.)**

Ответ: Вася решил 4 задачи, Петя – 2 задачи, Коля – 4 задачи, Рома – 5 задач и Семен – 5 задач.

Пусть Вася решил в 2 раза больше задач, чем Петя. Остальные трое ребят вместе решили не больше $5 \cdot 3 = 15$ задач, так как каждый может решить не более 5 задач. Следовательно, Петя и Вася вместе решили не меньше 5 задач.

Если Петя решил 1 задачу (или меньше), то Вася решил 2 (или меньше), и вместе они решили 3 задачи (или меньше). Значит, этот случай не подходит.

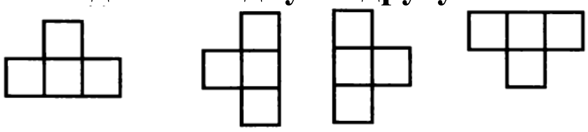
Если Петя решил 3 задачи (или больше), то Вася должен был решить 6 задач (или больше). Но на конкурсе только 5 задач. Поэтому Петя решил ровно 2 задачи, а Вася – 4 задачи. Остальные трое ребят вместе решили

$20-4-2=14$ задач. Это возможно, только если Коля решил 4 задачи, а Рома и Семён по 5 задач.

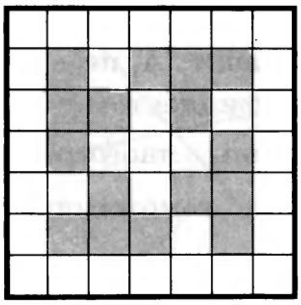
3. Сколько существует трехзначных чисел, у которых все цифры четные?
Ответ: 100

На первое место такого трехзначного числа можно поставить одну из четырех цифр: 2, 4, 6, 8. На каждую из оставшихся двух позиций можно поставить одну из пяти цифр: 0, 2, 4, 6, 8. Значит, всего трехзначных чисел, у которых все цифры четные $4\cdot5\cdot5=100$.

4. Закрасьте в квадрате 7×7 четыре фигурки вида, изображенного на рисунке, состоящие из четырех клеток так, чтобы в любом квадрате 2×2 была закрашена хотя бы одна клетка. Фигурки нельзя переворачивать и накладывать одну на другую.



Ответ: возможный вариант ответа



5. В ряд лежит 99 внешне одинаковых монет. Десять из них – более лёгкие (не обязательно одного веса) и лежат подряд. Остальные 89 весят одинаково. Как с помощью двухчашечных весов найти за два взвешивания лёгкую монету?

Решение. Занумеруем монеты числами от 1 до 99 в порядке следования в ряду. Рассмотрим монеты с номерами, кратными десяти. Их ровно 9. И только одна из них лёгкая. Её можно найти из этих девяти за два взвешивания. Первое: сравниваем две их тройки между собой. Если они равны, то лёгкая – среди трёх оставшихся, иначе она лежит на более лёгкой части. Сравнив две монеты из лёгкой тройки, найдём лёгкую, если нет равновесия, и лёгкая – третья, если равновесие.

Каждое задание оценивается в 7 баллов.