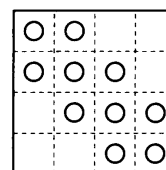


«Юный знаток математики»
 Заочный тур

7 класс

Задания и ответы (варианты решений)

1. В квадрате 4×4 отметили 10 клеток (см. рис.). Разрежьте квадрат на четыре одинаковые по форме части так, чтобы они содержали соответственно 1, 2, 3 и 4 отмеченные клетки.



(7 баллов)

Ответ: возможное решение



2. Найдите все решения ребуса:

$$T^T \cdot EDA = TORT$$

в которых P – чётное, а одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, а разным – разные.

(7 баллов)

Ответ: $T = 3, E = 1, D = 2, A = 9, O = 4, P = 8$.

Заметим, что T равно либо 2, либо 3, так как если $T = 1$, то получаем равенство трёхзначного и четырёхзначного чисел, что невозможно, а если $T \geq 4$, то получаем $T^T \geq 4^4 = 256$, а $T^T \cdot EDA \geq 256 \cdot EDA > 256 \cdot 100 = 25600 > 9999$, то есть больше любого четырёхзначного числа.

Если $T = 2$, то $T^T = 4$, значит число $2OP2$ должно делиться на 4. По признаку делимости на 4 получаем, что и $P2$ делится на 4. Поскольку P чётно, мы пришли к противоречию. Следовательно, $T = 3$. Тогда получаем,

$27 \cdot \text{ЕДА} = 3\text{ОРЗ}$. Получаем, что $7 \cdot \text{А}$ оканчивается на 3, а это возможно только при $\text{А} = 9$.

С другой стороны, $\text{Е} = 1$, так как иначе $27 \cdot \text{ЕДА} > 27 \cdot 200 = 5400 > 3993$.

Итак, $27 \cdot 1\text{Д9} = 3\text{ОРЗ}$, при этом $\text{Д} < 4$, так как уже при $\text{Д} = 4$ получаем $27 \cdot 149 = 4023 > 3993$. Остаётся проверить для $\text{Д} = 0$, и $\text{Д} = 2$, получаем единственное решение: $3^3 \cdot 129 = 3483$.

3. Матроскин и Шарик вышли одновременно, на рассвете, навстречу друг другу, Матроскин из Простоквашино, Шарик из Кошкино. Они встретились в 12.00 и пошли дальше. В 16.00 Матроскин пришёл в Кошкино, в 21.00 Шарик пришёл в Простоквашино. В котором часу был рассвет?

(7 баллов)

Ответ: рассвет был в 6:00 часов утра.

Указание: пусть отношение скоростей Матроскина и Шарика равно k . Тогда пути, пройденные ими от рассвета до полудня, относятся как k . Значит, отрезки времени их движения после встречи относятся как k^2 . Но это отношение равно $9/4$. Значит $k = 3/2$, после чего уже несложно получить ответ.

4. В расписании 7 класса на четверг должно быть 6 предметов: русский язык, литература, алгебра, география, физика, физкультура. Сколькими способами можно составить такое расписание на этот день, в котором русский язык и литература стоят рядом?

(7 баллов)

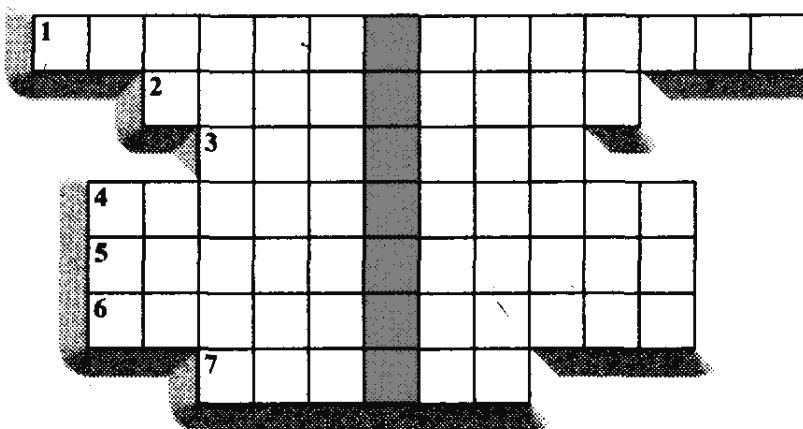
Ответ: 240 способов

Будем рассматривать русский язык и литературу как один предмет, тогда всего предметов будет пять. Число способов, которыми можно составить расписание из 5 предметов, равно $P_5 = 5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$. Но в каждой из этих перестановок русский язык и литература могут меняться местами. Поэтому искомое число расписаний вдвое больше. Оно равно $5! \cdot 2 = 240$.

5. Решите кроссворд.

По горизонтали: 1. Рассуждение, с помощью которого устанавливается правильность утверждения о свойстве той или иной геометрической фигуры. 2. Наука о свойствах геометрических фигур. 3. Часть формулировки теоремы, в которой говорится о том, что дано. 4. Угол, стороны которого являются дополнительными полупрямыми одной прямой. 5. Предложение, с помощью которого вводят новое понятие. 6. Раздел геометрии, в котором изучаются фигуры на плоскости. 7. Руководство по математике, созданное Евклидом.

В столбце: Утверждение, требующее доказательства.



(7 баллов)

Ответы: По горизонтали: 1. Доказательство 2. Геометрия 3. Условие 4. Развёрнутый 5. Определение 6. Планиметрия 7. «Начала».

В столбце: Теорема.