

«Юный знаток математики»

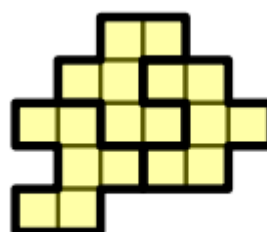
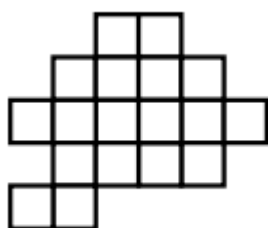
Заочный тур

8 класс

Задания и ответы (варианты решений)

1. Разрежьте по границам клеток фигуру на рисунке на 3 равные (одинаковые по форме и величине) части.

Ответ: возможное решение



(7 баллов)

2. Найдите все решения ребуса:

$$O^O \cdot ТАМ = ОКНО$$

в которых N – чётное, а одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, а разным – разные.

(7 баллов)

Ответ: $O = 3, T = 1, A = 2, M = 9, K = 4, H = 8$.

Заметим, что O равно либо 2, либо 3, так как если $O = 1$, то получаем равенство трёхзначного и четырёхзначного чисел, что невозможно, а если $O \geq 4$, то получаем $O^O \geq 4^4 = 256$, а $O^O \cdot ТАМ \geq 256 \cdot ТАМ > 256 \cdot 100 = 25600 > 9999$, то есть больше любого четырёхзначного числа.

Если $O = 2$, то $O^O = 4$, значит число $2KH2$ должно делиться на 4. По признаку делимости на 4 получаем, что и $H2$ делится на 4. Поскольку H чётно, мы пришли к противоречию. Следовательно, $O = 3$. Тогда получаем, $27 \cdot ТАМ = 3KH3$. Получаем, что $7 \cdot M$ оканчивается на 3, а это возможно только при $M = 9$.

С другой стороны, $T = 1$, так как иначе $27 \cdot TAM > 27 \cdot 200 = 5400 > 3993$.

Итак, $27 \cdot 1A9 = 3KN3$, при этом $A < 4$, так как уже при $A=4$ получаем $27 \cdot 149 = 4023 > 3993$. Остаётся проверить для $A=0$, и $A=2$, получаем единственное решение: $3^3 \cdot 129 = 3483$.

3. Два одинаковых катера «Вихрь», имеющих одинаковую скорость в стоячей воде, проходят по двум различным рекам одинаковое расстояние (по течению) и возвращаются обратно (против течения). В какой реке на эту поездку потребуется больше времени: в реке с быстрым течением или в реке с медленным течением?

(7 баллов)

Ответ: в реке с более быстрым течением.

Пусть скорость катеров v км/ч, скорость течения первой реки v_1 км/ч, а скорость течения во второй реке v_2 км/ч. Пусть $v_1 > v_2$. Если обозначить расстояние, проходимое в одном направлении катерами через S , то время, затраченное первым катером на весь путь,

$$t_1 = \frac{S}{v+v_1} + \frac{S}{v-v_1} = \frac{2Sv}{v^2-v_1^2}, \text{ а время, затраченное вторым катером, } t_2 = \frac{2Sv}{v^2-v_2^2}.$$

Поскольку числители у обоих выражений одинаковы, то большей будет дробь с меньшим знаменателем, а так как знаменатели есть разность с равными уменьшаемыми, то знаменатель меньше у первой дроби, у которой вычитаемое v_1^2 больше.

4. У Пети есть три банки с красками разного цвета. Сколькими различными способами он может покрасить забор, состоящий из 10 досок, так, чтобы любые две соседние доски были разных цветов, и при этом он использовал краски всех трех цветов?

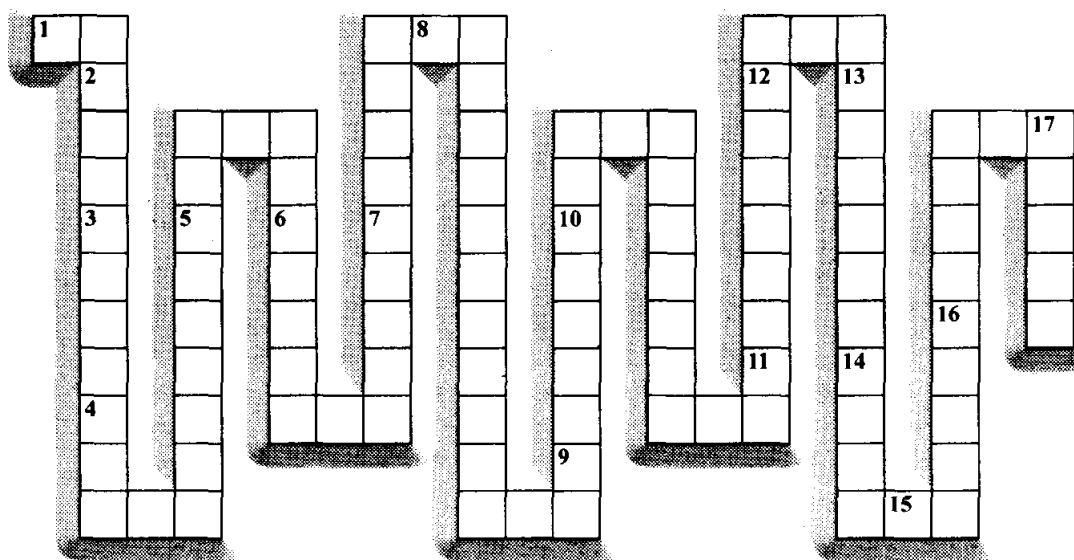
(7 баллов)

Ответ: 1530 способами.

Подсчитаем сначала число способов, которыми можно покрасить забор так, чтобы любые две соседние доски были покрашены в разные цвета. Первую доску можно покрасить любой из трех красок, вторую – любой из двух оставшихся, третью – любой из двух красок, отличающихся от цвета второй доски и т.д. Число способов равно $3 \cdot 2^9 = 1536$. В это число вошли и двуцветные способы покраски забора. Их число равно 6 (первую доску можно покрасить тремя способами, вторую – двумя, цвет остальных досок определяется однозначно). Итого $1536 - 6 = 1530$ способов.

5. Решите чайнворд.

1. Название буквы греческого алфавита.
2. Часть плоскости, ограниченная двумя лучами с общим началом.
3. Как можно прочитать в записи $B \in b$ знак « \in »?
4. Геометрическая фигура, состоящая из трёх точек, не лежащих на одной прямой, и трёх отрезков, попарно соединяющих эти точки.
5. Геометрическая фигура.
6. Инструмент для измерения и построения углов.
7. Отрезок, соединяющий центр окружности с любой ее точкой.
8. Два угла, образованные при пересечении двух прямых третьей.
9. Древнегреческий ученый, создавший руководство по математике под названием «Начала».
10. Рассуждение, с помощью которого устанавливается правильность утверждения о свойстве той или иной геометрической фигуры.
11. Часть прямой, состоящая из всех точек этой прямой, лежащих между двумя данными ее точками.
12. Сторона прямоугольного треугольника.
13. Утверждение, требующее доказательства.
14. Старинная русская мера длины.
15. Руководство по математике, созданное Евклидом.
16. Утверждение, не требующее доказательства.
17. Название буквы греческого алфавита.



Ответы: 1. Тау 2. Угол 3. Лежит 4. Треугольник 5. Квадрат 6. Транспортир
7. Радиус 8. Соответственные 9. Евклид 10. Доказательство 11. Отрезок
12. Катет 13. Теорема 14. Аршин 15. «Начала» 16. Аксиома 17. Альфа