

Государственное бюджетное учреждение дополнительного образования Псковской области
«Псковский областной центр развития одаренных детей и юношества»
Областной конкурс «Юные дарования» 2016/2017
«Юный знаток математики»

Финал
7 класс

7.1. Вот ребус довольно простой:

ЭХ вчетверо больше, чем ОЙ.

АЙ вчетверо больше, чем ОХ.

Найди сумму всех четырёх.

(Разными буквами обозначены разные цифры, одинаковыми – одинаковые.)

(7 баллов)

7.2. Ежедневно Андрей спускается в метро по эскалатору. Если он сбегает на одну ступень в секунду, то спускается за 96 секунд, а если на две ступени в секунду, то за 60 секунд. За какое время спустится Андрей, если будет стоять неподвижно?

(7 баллов)

7.3. Берендей и Снегурочка играют в следующую игру. Они по очереди стирают буквы во фразе «БЕРЕНДЕЕВЫ ПОЛЯНЫ». За один ход стирается либо только одна буква, либо одна буква и все такие же буквы.

Выигрывает тот, кто сотрёт последнюю букву. Начинает Снегурочка. Кто выигрывает при правильной игре?

(7 баллов)

7.4. В треугольнике ABC на сторонах AB и BC взяты точки E и D таковы, что отрезки AD и CE равны, $\angle BAD = \angle ECA$ и $\angle ADC = \angle BEC$. Найдите углы треугольника.

(7 баллов)

7.5. Братья нашли клад из золота и серебра. Они разделили его так, что каждому досталось по 100 кг. Старшему досталось больше всего золота – 25 кг – и восьмая часть всего серебра. Сколько золота было в кладе?

(7 баллов)

Государственное бюджетное учреждение дополнительного образования Псковской области
«Псковский областной центр развития одаренных детей и юношества»
Областной конкурс «Юные дарования» 2016/2017
«Юный знаток математики»

Финал
7 класс

ЗАДАНИЯ, ВОЗМОЖНЫЕ РЕШЕНИЯ И ОТВЕТЫ

7.1. Вот ребус довольно простой:

ЭХ вчетверо больше, чем ОЙ.

АЙ вчетверо больше, чем ОХ.

Найди сумму всех четырёх.

(Разными буквами обозначены разные цифры, одинаковыми – одинаковые.)

(7 баллов)

Ответ. 150.

Цифры Й и Х чётные, потому что ЭХ и АЙ делятся на 4. Числа ОЙ и ОХ меньше, чем 25, иначе, будучи умноженными на 4, они перестанут быть двузначными. Значит, $O = 2$ или $O = 1$.

Рассмотрим первый случай. Число 20 в качестве ОХ или ОЙ не годится, так как 80 кончается на ту же цифру. Не годится и 22 с одинаковыми цифрами. Остаётся только 24, но числа ОЙ и ОХ должны быть различными.

Итак, $O = 1$. Число 10 не подходит по той же причине, что и 20. Взяв $OХ = 16$, получим $АЙ = 64$, но тогда $A = X$, чего быть не должно. По той же причине $ОЙ = 16$ также невозможно.

Взяв $OХ = 14$, найдём $АЙ = 56$, тогда $ОЙ = 16$, а это, как мы видели, невозможно.

Итак, ОХ и ОЙ могут быть равны только 12 и 18 (в любом порядке), а ЭХ и АЙ тогда равны 48 и 72 соответственно.

Находим сумму: $12 + 48 + 18 + 72 = 150$.

Комментарий. Ответ можно получить, не находя самих чисел. Как мы знаем, $O = 1$, а цифры Й и Х чётные. С другой стороны, если к любому четному числу прибавить число, в 4 раза большее, то получится число, делящееся на 10. Следовательно, $Й + X = 10$. Тогда $ОЙ + ОХ = 10 + 10 + 10 = 30$, а сумма всех четырех чисел в пять раз больше, т. е. 150.

7.2. Ежедневно Андрей спускается в метро по эскалатору. Если он сбегает на одну ступень в секунду, то спускается за 96 секунд, а если на две ступени в секунду, то за 60 секунд. За какое время спустится Андрей, если будет стоять неподвижно?

(7 баллов)

Ответ: 240 секунд, или 4 минуты.

Пусть человек, стоящий на эскалаторе неподвижно, спускается на k ступеней в секунду (то есть k ступеней в секунду – собственная скорость эскалатора). Тогда в первом случае за 96 секунд Андрей преодолел высоту в $96(k + 1)$ ступеней, а во втором – в $60(k + 2)$ ступеней. Эти высоты одинаковы; получаем:

$96k + 96 = 60k + 120 \Leftrightarrow 36k = 24 \Leftrightarrow k = 2/3$. Итак, скорость спуска самого эскалатора равна $2/3$ ступени в секунду.

Поскольку его высота $96(k + 1) = 96 \cdot 5/3 = 160$ ступней, то Андрей преодолеет их за $160 : 2/3 = 240$ секунд.

7.3. Берендей и Снегурочка играют в следующую игру. Они по очереди стирают буквы во фразе «БЕРЕНДЕЕВЫ ПОЛЯНЫ». За один ход стирается либо только одна буква, либо одна буква и все такие же буквы. Выигрывает тот, кто сотрёт последнюю букву. Начинает Снегурочка. Кто выигрывает при правильной игре?

(7 баллов)

Ответ: выигрывает Снегурочка.

У Снегурочки есть выигрышная стратегия. Первым ходом она стирает четыре буквы «Е». Остальные буквы расположим так:

БРДВЫЫ|ННПОЛЯ.

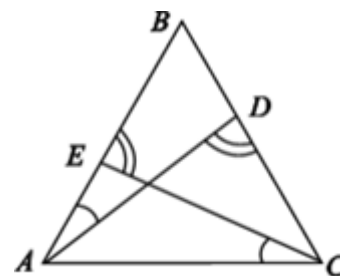
На каждый ход Берендея Снегурочка стирает буквы, расположенные в этой схеме симметрично. Существуют и другие выигрышные стратегии для Снегурочки.

7.4. В треугольнике ABC на сторонах AB и BC взяты точки E и D таковы, что отрезки AD и CE равны, $\angle BAD = \angle ECA$ и $\angle ADC = \angle BEC$. Найдите углы треугольника.

(7 баллов)

Ответ: все углы равны 60° .

Треугольники CEA и ADB равны (по стороне и прилежащим углам). Значит, равны стороны AC и AB и равны углы CAE и ABD , то есть углы CAB и ABC . Это означает равенство сторон AC и BC . Таким образом, треугольник ABC – равносторонний.



7.5. Братья нашли клад из золота и серебра. Они разделили его так, что каждому досталось по 100 кг. Старшему досталось больше всего золота – 25 кг – и восьмая часть всего серебра. Сколько золота было в кладе?

(7 баллов)

Ответ: Золота в кладе было 100 кг.

- 1) Старший брат получил 75 кг серебра, что является восьмой частью общего количества; значит, общая масса серебра равна 600 кг.
- 2) Остальные получили больше серебра, чем старший, то есть каждый – больше 75 кг. Если братьев хотя бы восемь, то в сумме они получают больше 600 кг; значит, братьев не больше чем семеро.
- 3) Но хотя бы семеро их должно быть, так как масса серебра 600 кг, а значит, масса всего клада больше 600 кг. Значит, братьев семеро.
- 4) Общая масса клада 700 кг, поэтому масса золота $700 - 600 = 100$ кг.