

Государственное бюджетное учреждение дополнительного образования Псковской области
«Псковский областной центр развития одаренных детей и юношества»
Областной конкурс «Юные дарования» 2017/2018
«Юный знаток математики»

Финал
5 класс

Задания и возможные решения

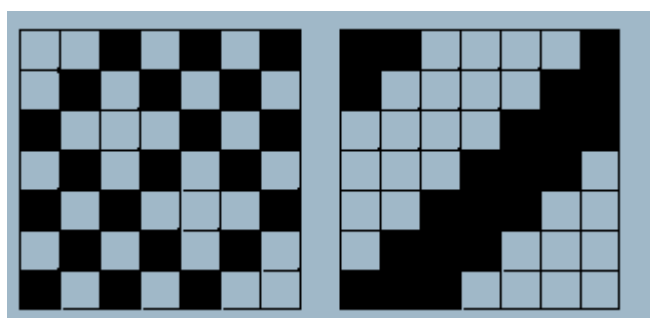
5.1. Волк, Ёж, Чиж и Бобёр делили апельсин. Ежу досталось вдвое больше долек, чем Чижу, Чижу — впятеро меньше, чем Бобру, а Бобру — на 8 долек больше, чем Чижу. Найдите, сколько долек было в апельсине, если Волку досталась только кожура.

Ответ: 16 долек.

Первый способ. Пусть Чижу досталось x долек апельсина, тогда Ежу досталось $2x$ долек, а Бобру $-5x$ долек (Волку $- 0$ долек). Зная, что Бобру досталось на 8 долек больше, чем Чижу, составляем уравнение: $5x - x = 8$. Его решение: $x = 2$. Всего долек в апельсине было $x + 2x + 5x + 0 = 8x$. Подставив $x = 2$, получим 16 долек.

Второй способ. Примем количество долек апельсина, которые достались Чижу, за одну часть, тогда Ежу досталось две части, Бобру — пять частей, а Волку — ноль частей. Бобру досталось на 4 части больше, чем Чижу, что составляет 8 долек. Следовательно, одна часть — это 2 дольки. Так как всего частей 8, то долек — 16.

5.2. В квадрате 7×7 клеток закрасьте некоторые клетки так, чтобы в каждой строке и в каждом столбце оказалось ровно по 3 закрашенных клетки.



На рисунках приведены примеры такой закрашки. На левом рисунке закрашивали клетки, как на шахматной доске, кроме четырёх клеток на диагонали. На правом - клетки закрашивали "лесенкой", начиная с левого нижнего угла.

5.3. На доске записано число 61. Каждую минуту число стирают с доски и записывают на это место произведение его цифр, увеличенное на

13. То есть, через одну минуту на доске будет записано 19 ($6 \cdot 1 + 13 = 19$). Какое число можно будет прочесть на доске через час?

Ответ: 16.

Рассмотрим числа, которые будут записаны на доске, через несколько первых минут:

Через одну минуту	$6 \cdot 1 + 13 = 19$
Через две минуты	$1 \cdot 9 + 13 = 22$
Через три минуты	$2 \cdot 2 + 13 = 17$
Через четыре минуты	$1 \cdot 7 + 13 = 20$
Через пять минут	$2 \cdot 0 + 13 = 13$
Через шесть минут	$1 \cdot 3 + 13 = 16$
Через семь минут	$1 \cdot 6 + 13 = 19$

Заметим, что после шестой минуты числа начинают повторяться. За один час (за 60 минут) пройдет ровно 10 циклов по шесть минут. Значит, через час на доске можно будет прочесть число 16.

5.4. После хоккейного матча Антон сказал, что он забил 3 шайбы, а Илья только одну. Илья сказал, что он забил 4 шайбы, а Серёжа целых 5. Серёжа сказал, что он забил 6 шайб, а Антон всего лишь две. Могло ли оказаться так, что втроем они забили 10 шайб, если известно, что каждый из них один раз сказал правду, а другой раз солгал? Ответ объясните.

Ответ: нет, не могло.

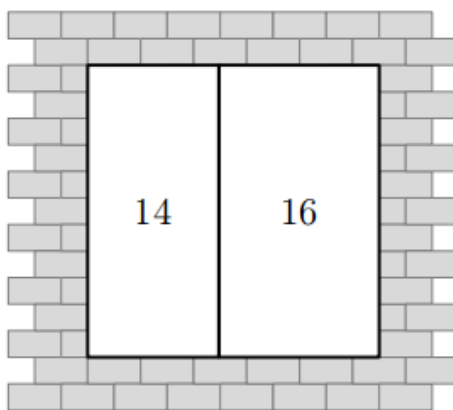
Решение. Первый способ. Возможны два случая.

1) Если Антон сказал правду про себя, то он забил 3 шайбы. Тогда Серёжа про Антона солгал, поэтому Серёжа про себя сказал правду, то есть он действительно забил 6 шайб. Следовательно, Илья солгал про Серёжу и сказал правду про себя, то есть он забил 4 шайбы. В этом случае мальчики забили в сумме $3 + 6 + 4 = 13$ шайб.

2) Если Антон про себя солгал, то он сказал правду про Илью, то есть Илья забил 1 шайбу. Тогда Илья также солгал про себя и сказал правду про Серёжу, значит, Серёжа забил 5 шайб. Следовательно, Серёжа про себя солгал и сказал правду про Антона, что тот забил 2 шайбы. В этом случае мальчики забили в сумме $1 + 5 + 2 = 8$ шайб.

Второй способ. Всего было высказано шесть утверждений, из которых ровно три – истинные. Про каждого из мальчиков было сделано по два различных утверждения, из которых одно должно быть истинным, а другое – ложным. Следовательно, Антон забил либо 3 шайбы, либо 2, Илья – 1 или 4 шайбы, а Серёжа – 5 или 6 шайб. Заметим, что сумма 10 может получиться единственным образом: если Антон забил 3 шайбы, Илья – одну, а Серёжа – 6. Однако, высказывание «Антон забил 3 шайбы, а Илья – одну», было сделано одним и тем же мальчиком, значит, такая ситуация невозможна.

5.5. Квадратный оконный проем образован двумя прямоугольными рамами. Внутри каждой из них написали число, равное периметру рамы. Напишите, чему равна сторона квадрата всего оконного проема и объясните, как вы ее получили.



Ответ: 5.

Решение. Пусть сторона квадрата равна a , а ширина левого прямоугольника равна b . Тогда ширина правого прямоугольника равна $a - b$. Левый прямоугольник дает соотношение $2a + 2b = 14$, а правый прямоугольник дает соотношение $2a + 2a - 2b = 16$. Сложив эти два соотношения, получим $6a = 30$, откуда $a = 5$.